

Fondements didactiques pour l'enseignement des mathématiques auprès d'élèves en difficulté scolaire

1. Les discours dominants sur les difficultés scolaires et leurs effets sur l'enseignement des mathématiques
- 2. Un appui sur la théorie des situations didactiques pour fonder l'intervention mathématique en contexte orthopédagogique**
3. Au-delà de l'interprétation partie/tout pour une appropriation de la fraction en tant que structure multiplicative

Virginie Houle, professeure
Département d'éducation et formation spécialisées
Université du Québec à Montréal

Conférences à l'université Laval
Juin 2022

Plan de la présentation

1. La théorie des situations didactiques

- a) Le contrat didactique
- b) Les situations adidactiques
- c) Rôles de l'enseignant: dévolution et institutionnalisation

2. Objectif et méthodologie de la recherche

3. Conditions didactiques favorables à l'enseignement-apprentissage des mathématiques en contexte orthopédagogique

- a) Conditions spécifiques à l'enseignement-apprentissage de la multiplication
- b) Conditions favorables à la dévolution des problèmes
- b) Conditions favorables à l'institutionnalisation du savoir

1. La théorie des situations didactiques

a) Le contrat didactique

Le concept de contrat didactique a été introduit par Brousseau à la suite de l'étude du cas de Gaël.

Définition

*L'accès aux tâches mathématiques se fait à travers une interprétation des questions posées, des informations fournies, des constantes des façons d'enseigner du maître. **Les habitudes spécifiques du maître, attendues par les élèves, et les comportements des élèves, attendus par le maître, c'est le contrat didactique.** (Brousseau, 1990)*

Le contrat didactique est inévitable...

Exemples de questions que se posent les élèves pour définir les situations que l'enseignant.e propose

*Dois-je écrire toute ma démarche ?
Quelles traces sont attendues ?*

*Ma véritable démarche est-elle
celle attendue ?*

Dans quel but est présenté cette activité ?

Le but explicité n'en masque-t-il pas un autre ?

*Puisqu'il a dit que l'exercice est
difficile, si j'y arrive facilement, est-
ce à dire que je me sois trompé ?*

- Le contrat didactique n'est pas un contrat pédagogique général, il **dépend des connaissances en jeu**, et donc, évolue.
- Le contrat didactique est largement **implicite**. Si l'enseignant dit ce qu'il veut que l'élève fasse, il ne peut plus l'obtenir que comme exécution d'un ordre et non par l'exercice de ses connaissances et de son jugement. (Brousseau, 1998)
- **Paradoxe du contrat**: l'enseignant souhaite que les élèves donnent les réponses qu'il leur enseigne, mais en même temps que les élèves donnent cette réponse par eux mêmes, en raison de l'adéquation de la réponse à la question et non pas pour répondre à ses exigences. (Brousseau, 1998)

Mais que faire lorsqu'un élève ne peut résoudre un problème de façon autonome ?



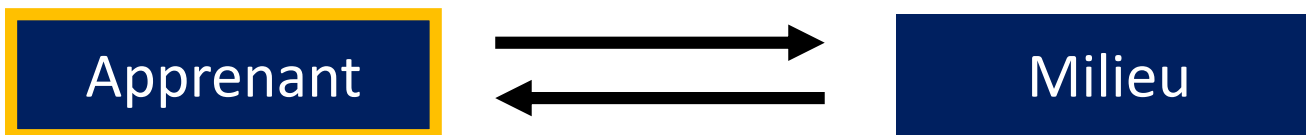
b) Les situations adidactiques

De l'enseignement traditionnel aux situations adidactiques...

- Enseignement traditionnel

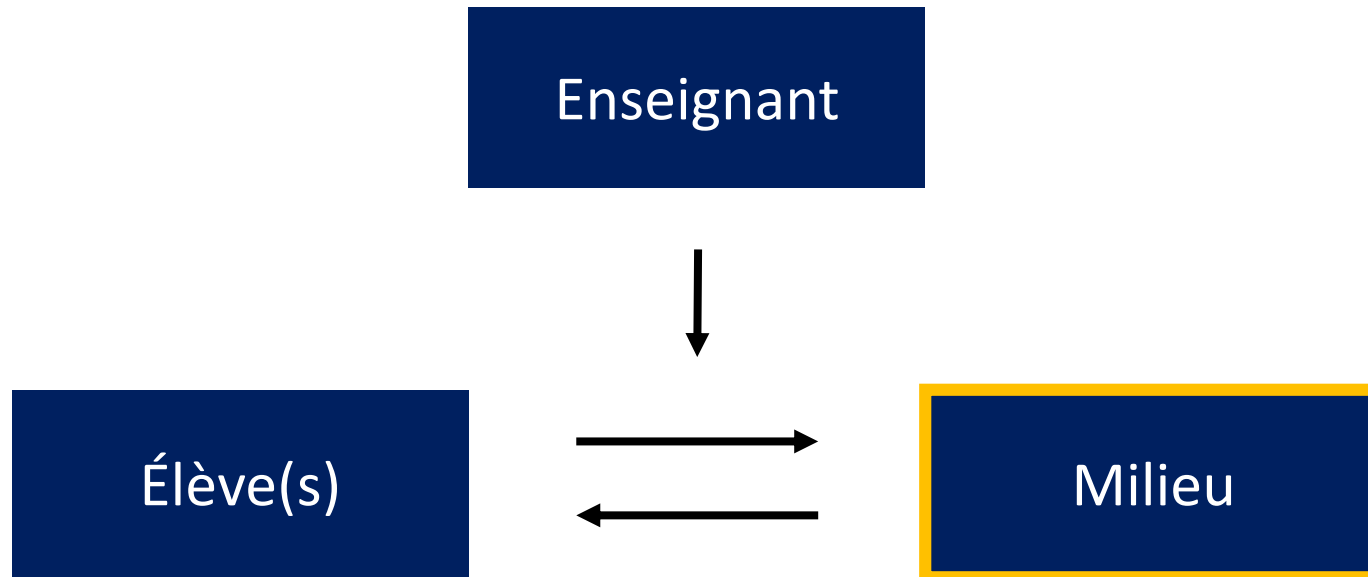


- Étude en psychologie développementale : Apprentissage par adaptation

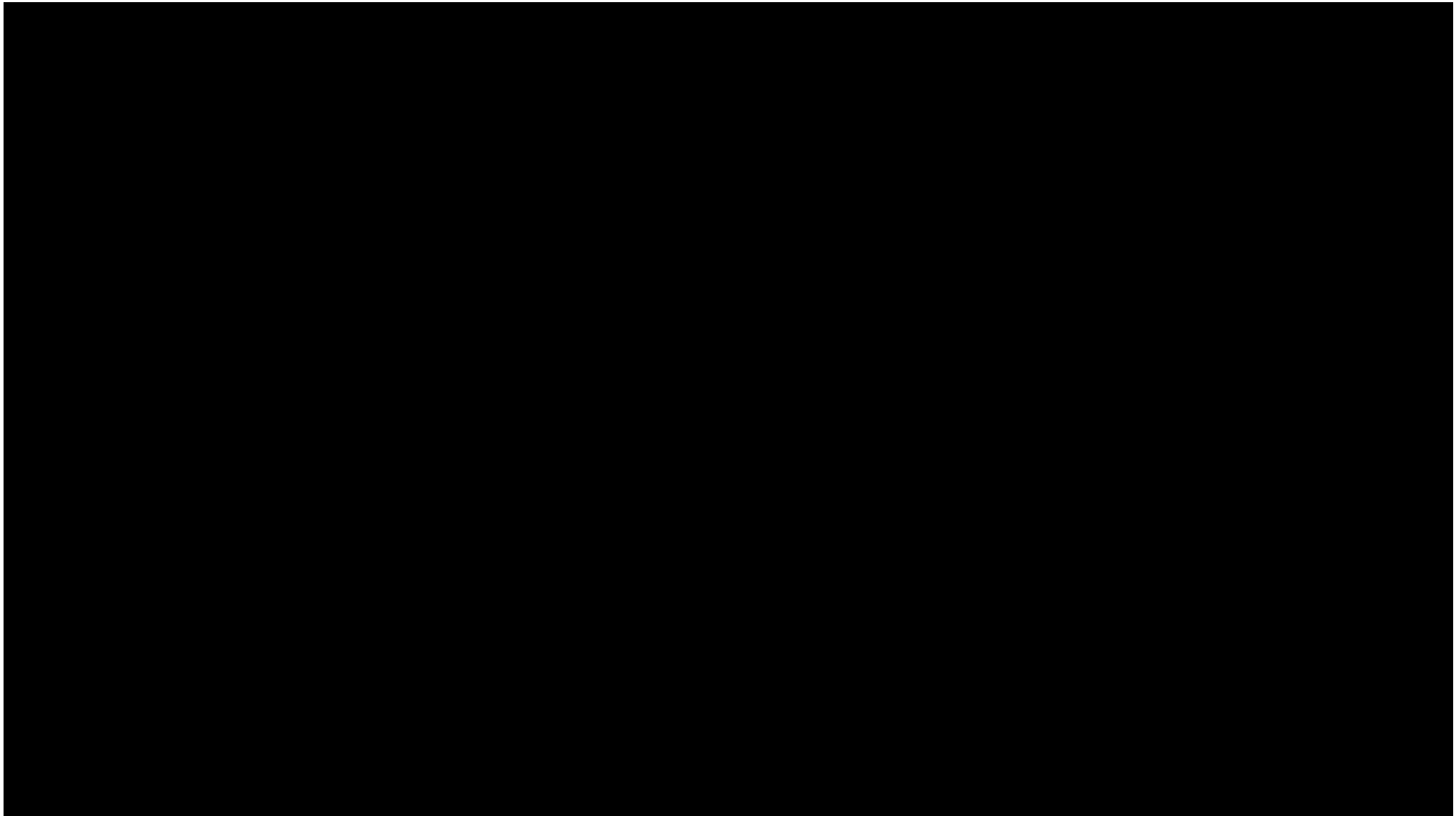


- TSD: Apprentissage par adaptation en classe de mathématiques

SITUATION ADIDACTIQUE



Exemple d'une situation adidactique...

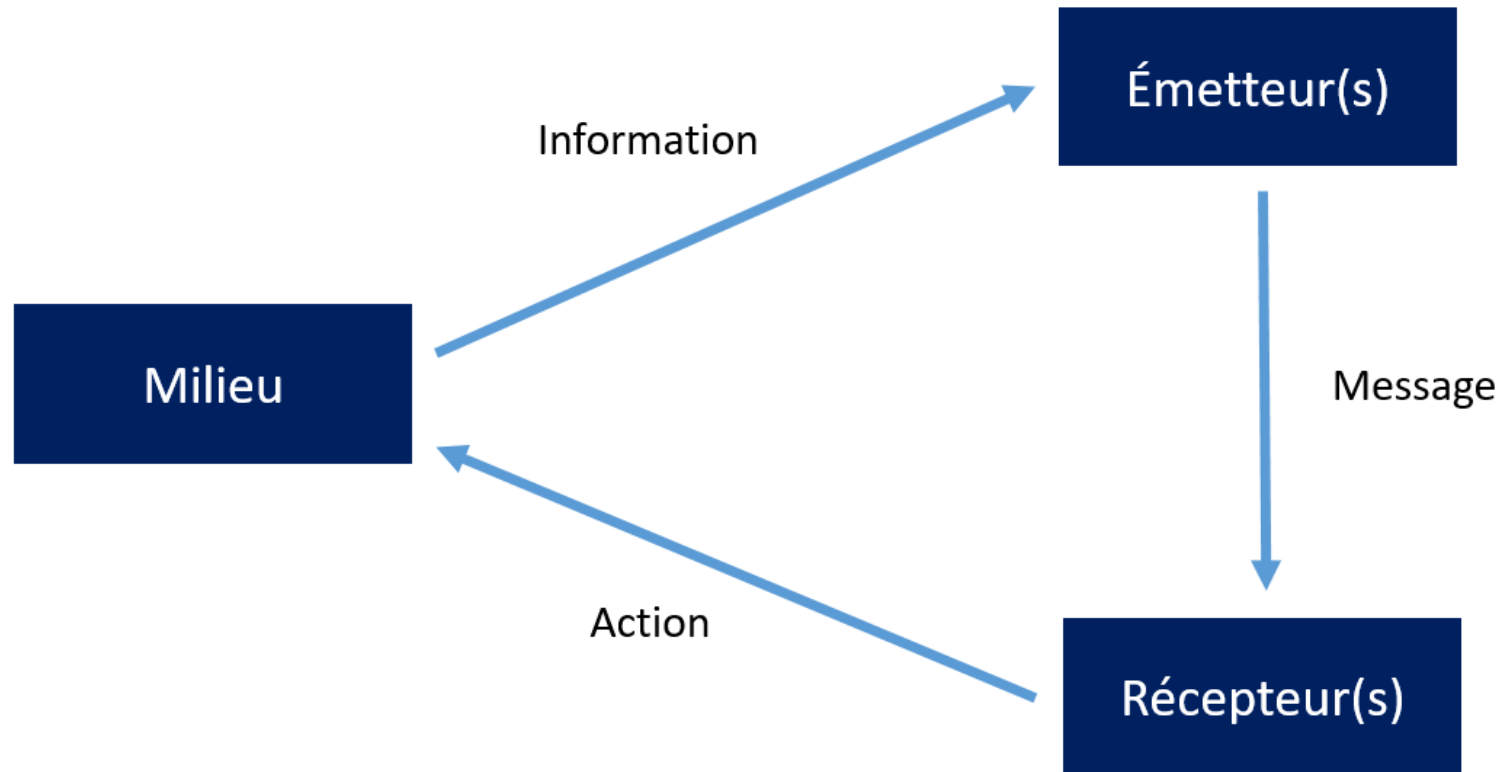


Principales caractéristiques d'une situation adidactique

(Brousseau, 1998)

- La stratégie optimale pour réussir le problème doit faire appel à la connaissance mathématique visée par l'enseignement.
- Les connaissances des élèves doivent leur permettre d'agir, de parler et de réfléchir, mais elles doivent également se révéler inefficaces pour trouver immédiatement la solution au problème.
- Les situations doivent comporter un milieu qui renvoie une rétroaction aux élèves.
- Les situations doivent comporter des variables didactiques.

Pour que les connaissances des élèves se manifestent non seulement dans l'action, mais aussi par le recours au langage mathématique, Brousseau (1998) suggère de mettre en place des situations de communication.



c) Rôles de l'enseignant: dévolution et institutionnalisation

Dévoluer le problème aux élèves (Brousseau, 1988)

Amener les élèves à accepter la responsabilité de résoudre le problème, à chercher une solution par et pour eux-mêmes.

- Dévolution d'une préférence: les élèves doivent comprendre l'état désiré et souhaiter l'obtenir.
- Dévolution d'une causalité: les élèves doivent reconnaître qu'il y a une relation de causalité entre les décisions prises et le résultat obtenu.

La dévolution est réussie lorsque l'apprentissage se fait par adaptation au milieu, sans que les élèves cherchent à répondre à des indices extérieurs à la situation.

La **dévolution** est nécessaire pour permettre aux élèves de **donner du sens** à leur apprentissage.

La dévolution permet la construction de connaissances, mais apparaît insuffisante pour rencontrer les savoirs.

- **Connaissance**: contextualisée, personnelle
- **Savoir**: décontextualisé, statut culturel

L'**institutionnalisation** permet de **donner un statut social**, collectif à une connaissance liée à une situation (Allard, 2015).

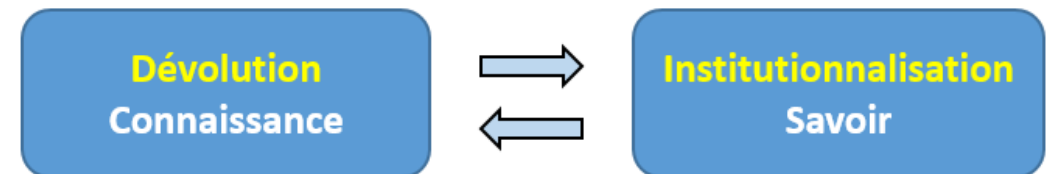
Institutionnaliser le savoir (Brousseau, 1998; Rouchier, 1991)

L'institutionnalisation consiste à amener les élèves à rencontrer, dans ce qu'ils ont fait et dit au cours de la situation adidactique, ce qui appartient au savoir mathématique socialement reconnu et qui pourra être utilisé pour résoudre d'autres problèmes.

L'institutionnalisation peut se faire à l'oral, à l'écrit et à partir d'exercices permettant aux élèves de réinvestir leurs connaissances dans de nouveaux contextes.

Les connaissances et les savoirs sont deux volets d'un même concept.

- Passage d'une connaissance à un savoir
- Passage d'un savoir à une connaissance



Défis de la **dévolution** en adaptation scolaire



- Les échecs répétés rencontrés au cours de l'histoire scolaire des élèves en difficulté peuvent affecter leur sentiment de compétence et, ne percevant pas la réussite comme une issue possible, les amener à s'investir peu dans les tâches mathématiques. (Lafortune et St-Pierre, 1994)
- Le nombre restreint d'élèves et le contrat explicite d'aide en classes spécialisées et en contexte orthopédagogique, peuvent amener l'enseignant/orthopédagogue à prendre à sa charge le travail qui devait revenir aux élèves. (Mary, 2003; Houle et Giroux, 2016)

Défis de l'**institutionnalisation** en adaptation scolaire

- Les élèves faibles en mathématiques semblent avoir du mal à établir la liaison entre les connaissances utilisées en situation et le savoir institutionnalisé. (Perrin-Glorian, 1993)



- Ils peinent à reconnaître l'utilité de leurs connaissances dans de nouveaux problèmes. (Giroux, 2013; Houle, 2016)

2. Objectif et méthodologie de la recherche



Objectif de la recherche

Dégager des conditions didactiques favorables à l'enseignement-apprentissage de la multiplication en contexte orthopédagogique.

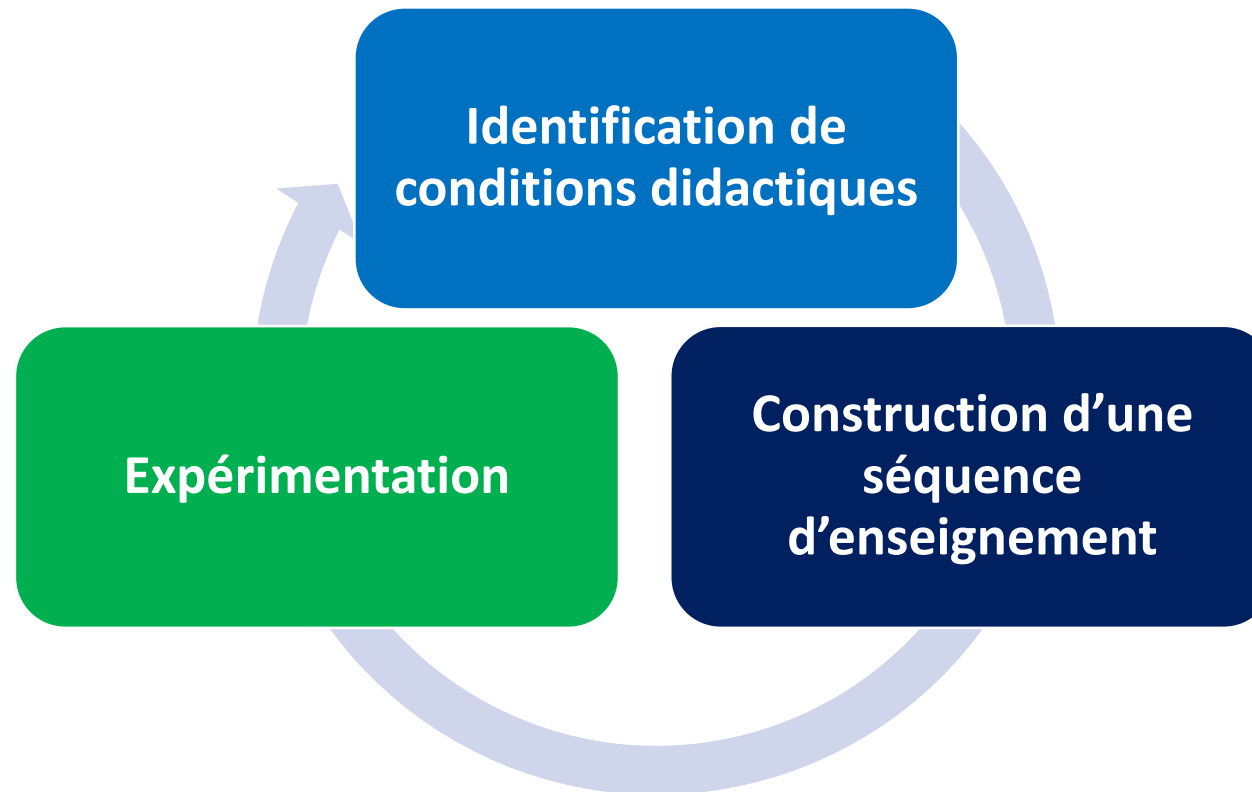
Trois catégories de conditions didactiques

Conditions spécifiques à l'enseignement-apprentissage de la **multiplication**

Conditions favorables à la **dévolution** des problèmes

Conditions favorables à l'**institutionnalisation** du savoir

Méthodologie de la recherche



3. Conditions didactiques favorables à l'enseignement-apprentissage des mathématiques en contexte orthopédagogique

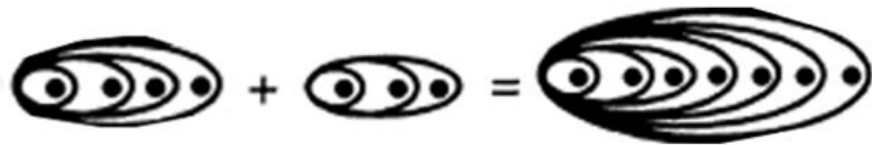
a) Conditions spécifiques à l'enseignement-apprentissage de la multiplication

- Prendre en compte les difficultés inhérentes à l'enseignement-apprentissage de la multiplication
- Proposer des situations qui convoquent un agrégat de connaissances autour de la multiplication

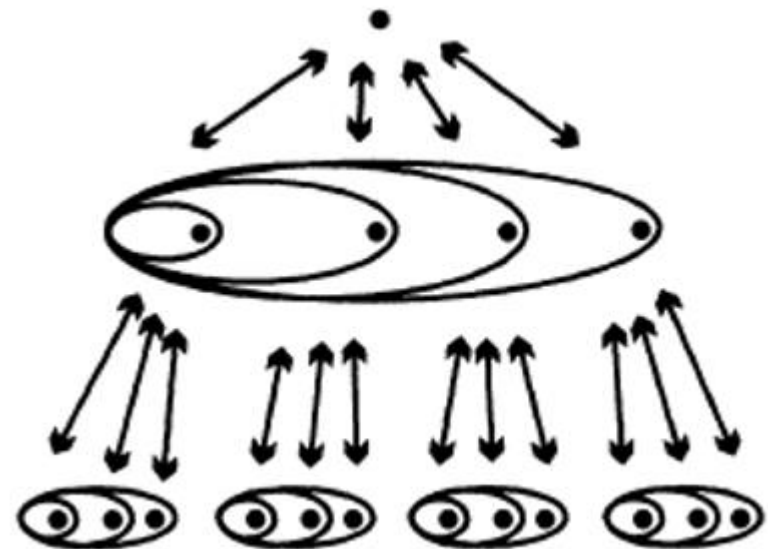
Prendre en compte les difficultés inhérentes à l'enseignement-apprentissage de la multiplication

Par exemple, les travaux de Clark et Kamii (1996) montrent que la pensée multiplicative est nettement plus exigeante que la pensée additive.

$$4 + 3 = 7$$



$$4 \times 3 = 12$$



Proposer des situations qui convoquent un agrégat de connaissances autour de la multiplication (Vergnaud, 1990)

Principaux contenus mathématiques visés par la séquence

- Relation entre la liste des multiples, l'addition répétée et la multiplication
- Associativité de l'addition
- Commutativité de la multiplication
- Relation entre la multiplication et la division
- Différenciation et coordination des structures additives et multiplicatives
- Priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction
- Distributivité de la multiplication sur l'addition

b) Conditions favorables à la dévolution des problèmes







- Miser sur des situations mathématiques à caractère ludique
- Organiser un milieu qui offre une rétroaction rapide sur les connaissances engagées
- Aménager des situations de communication dans lesquelles l'écriture mathématique est utilisée pour modéliser une situation
- Prévoir une progression des valeurs des variables didactiques et apporter des modifications sur le vif selon les conduites des élèves

Miser sur des situations mathématiques à caractère ludique

Exemple: Version modifiée du jeu de Yum (ERMEL, 2001)

La place du hasard et l'aspect compétitif de ce jeu favorisent l'engagement et la prise de décision des élèves.



Valeur du dé	Nombre de dés obtenus	Points obtenus
		
		
	5	15
		
	3	15
	3	18
TOTAL DES POINTS		48

Les élèves jouent contre l'orthopédagogue !

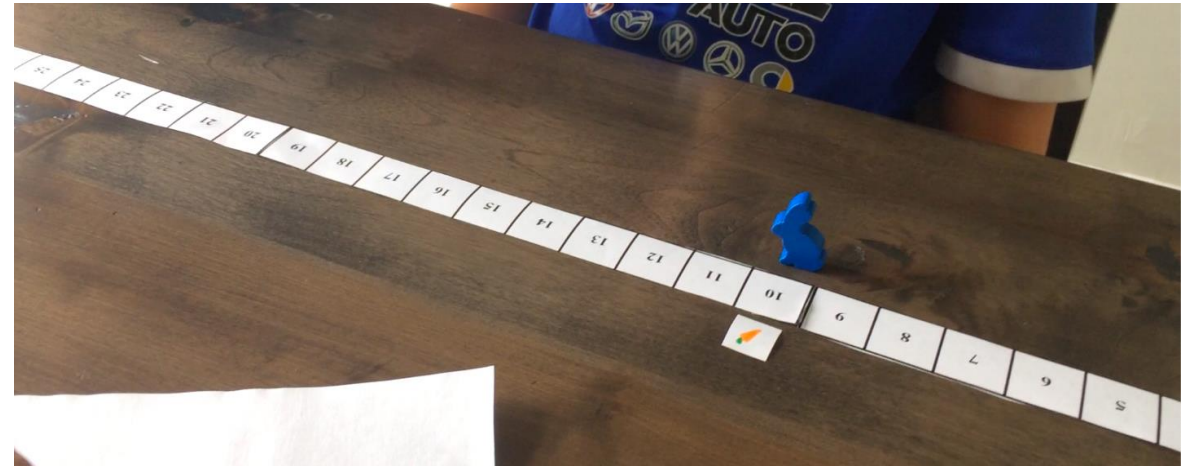
Alors que le contrat didactique suppose que l'orthopédagogue aide les élèves, le contrat ludique, ici, suppose au contraire que l'orthopédagogue n'a pas intérêt à les aider...



Organiser un milieu qui offre une rétroaction rapide sur les connaissances engagées

Exemple: Le lapin

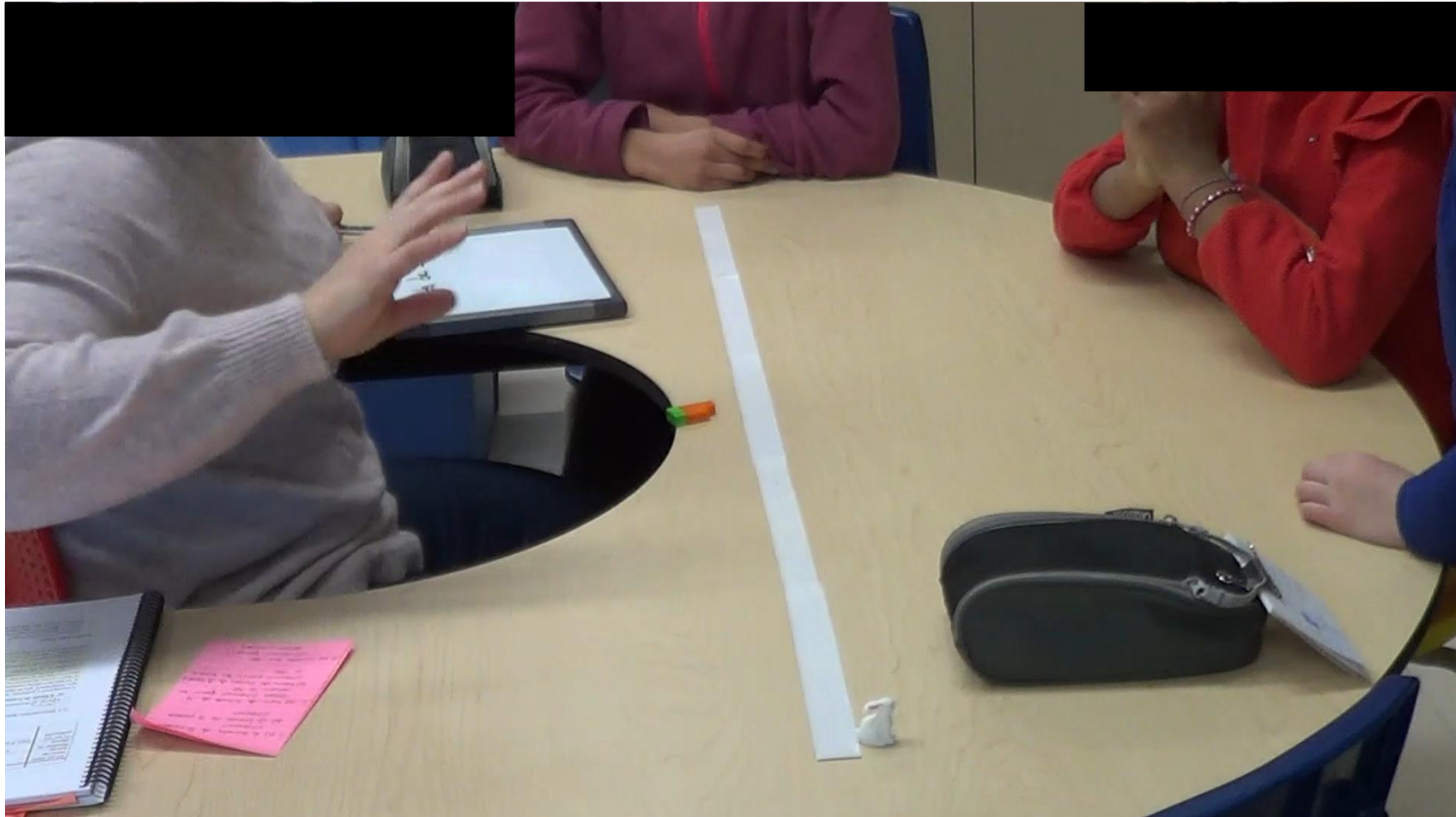
- Le lapin fait 6 bonds de 5 cases chacun. Sur quelle case devez-vous placer la carotte pour que le lapin arrive directement sur celle-ci ?
- L'enseignant place la carotte sur la case 10 et demande aux élèves: combien de bonds de 2 cases chacun doit faire le lapin pour arriver directement sur la carotte ?



Les élèves anticipent et la rétroaction est assurée par le déplacement du lapin sur la marelle.

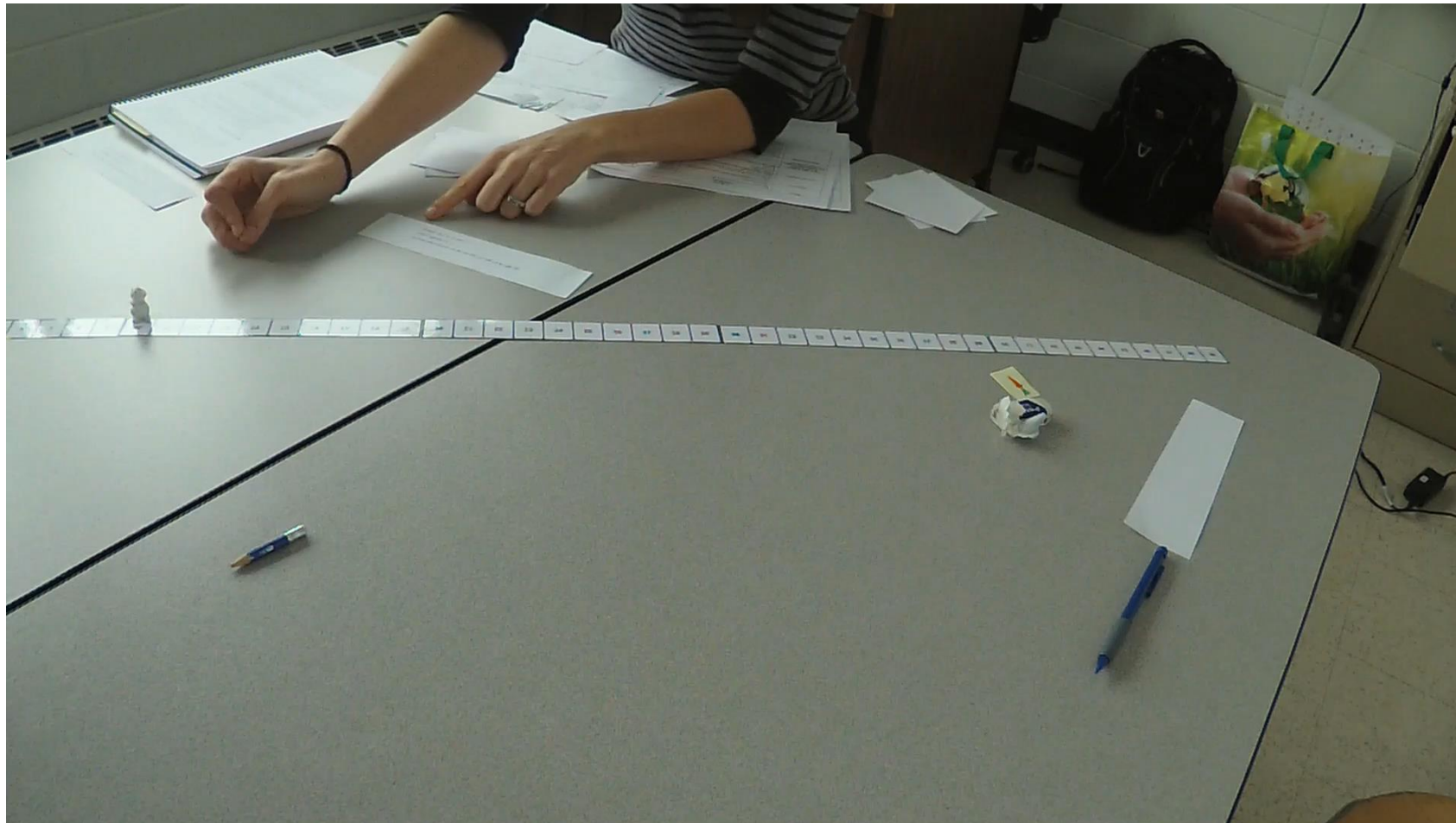
Le va-et-vient rapide entre les actions et la rétroaction permet de modifier le contrat de dépendance des élèves vis-à-vis de l'orthopédagogue...

Le lapin fait 6 bonds de 5 cases chacun. Sur quelle case devez-vous placer la carotte pour que le lapin arrive directement sur celle-ci ?



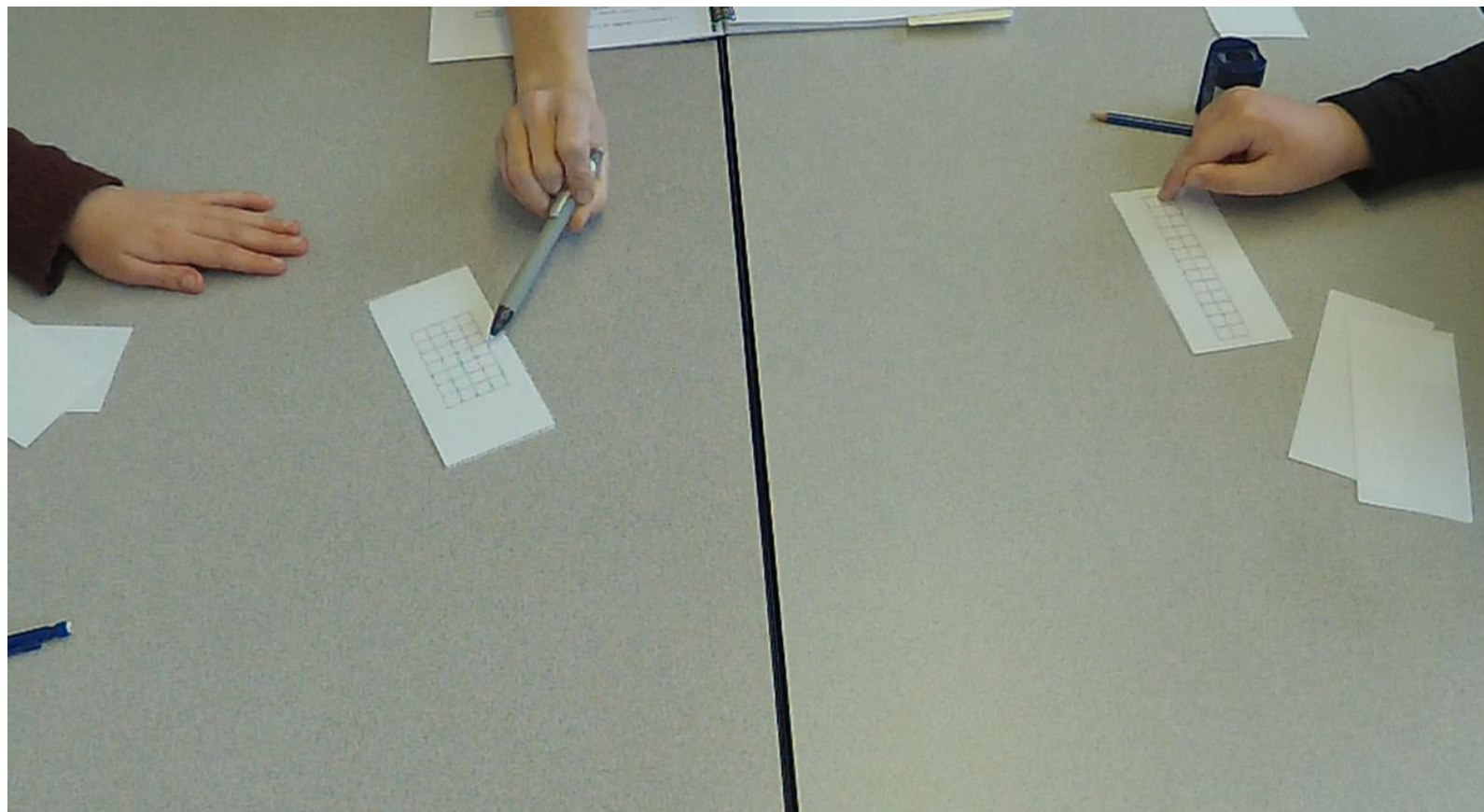
Aménager des situations de communication dans lesquelles l'écriture mathématique est utilisée pour modéliser une situation (Mercier et Quilio, 2018)

Le lapin est sur la case 10. Il fait 9 bonds de 2. Il arrive sur la case 28.

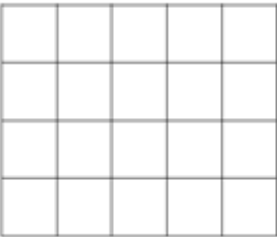
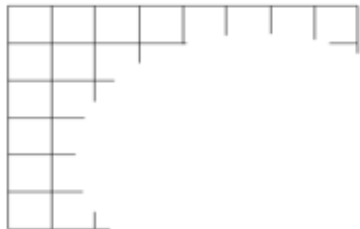
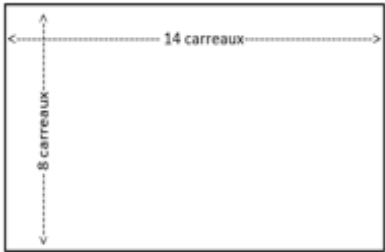


Prévoir une progression des valeurs des variables didactiques et apporter des modifications sur le vif selon les conduites des élèves

Exemple: Bataille des rectangles (Fénichel et Pfaff, 2005)



Progression de la valeur des variables didactiques en trois parties

	Partie 1	Partie 2	Partie 3
Nombre de carreaux	De 20 à 30	De 32 à 50	De 90 à 132
Carreaux apparents, en partie apparents ou non apparents	Apparents 	En partie apparents 	Non apparents 



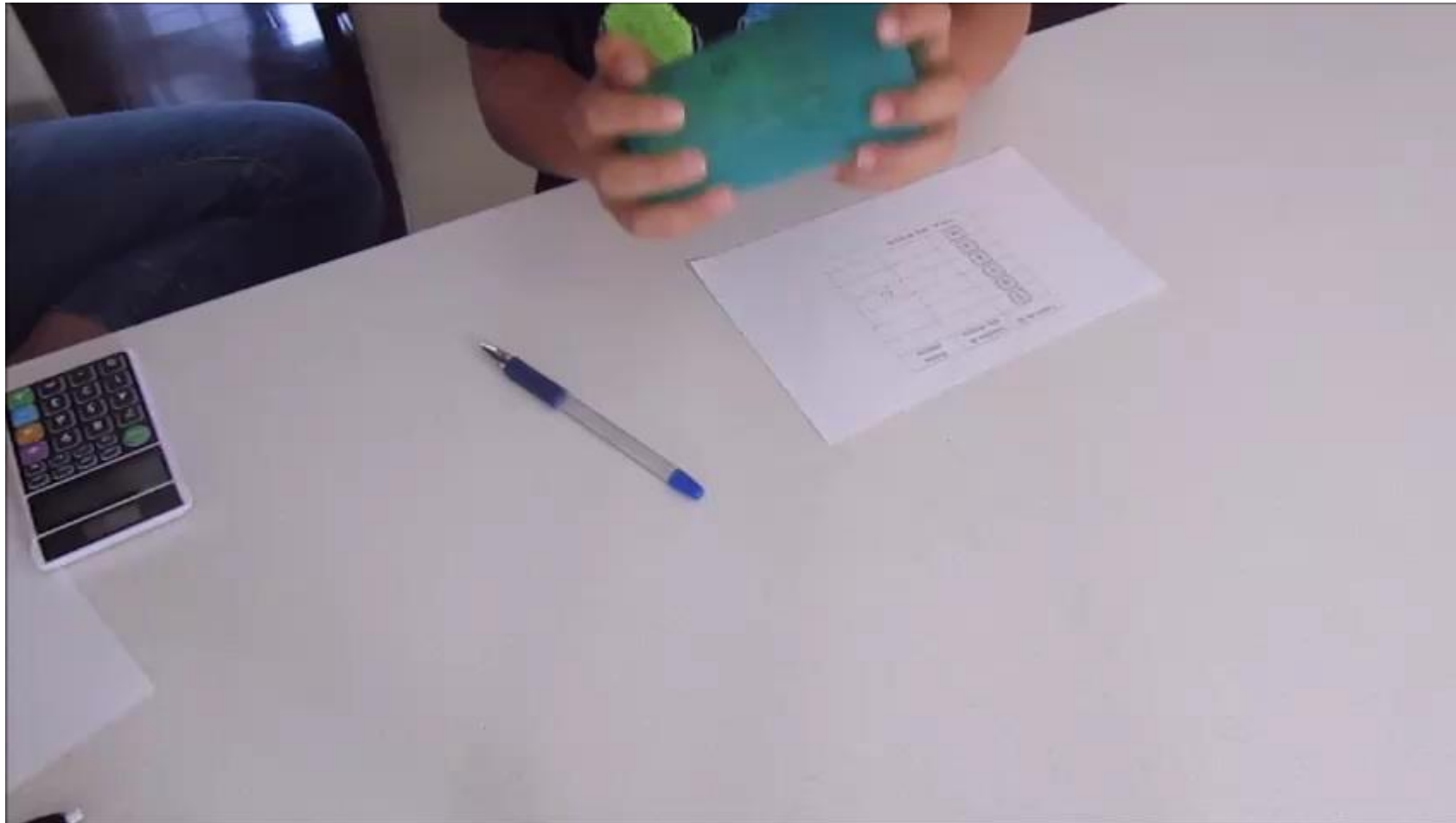
Une autre variable serait de permettre, ou non, la calculette.
Comment choisir s'il est pertinent de remettre une calculette aux élèves ?

c) Conditions didactiques favorables à l'institutionnalisation du savoir

- Aider les élèves à contrôler leur stratégie
- Rendre explicites les connaissances implicites engagées par les élèves dans l'action
- Présenter une variété de situations mathématiques autour des mêmes contenus mathématiques
- Proposer des énoncés de problème avec choix d'écritures

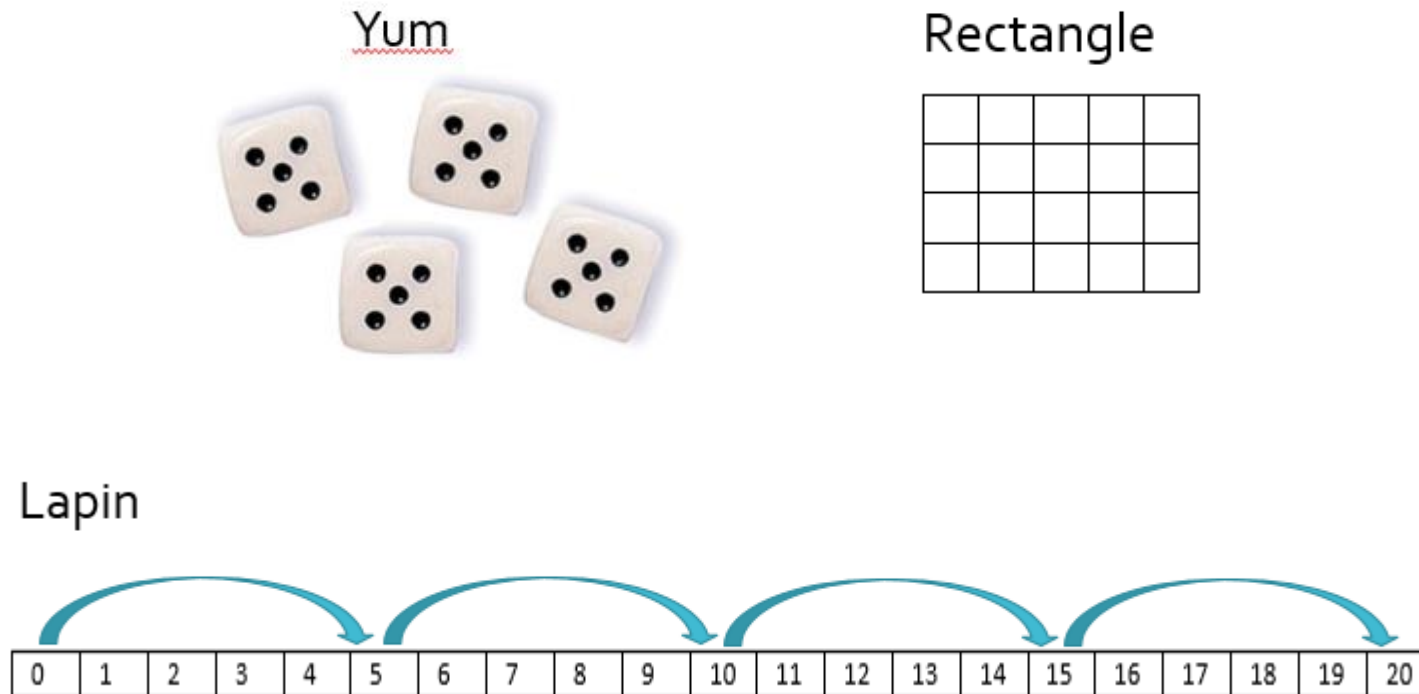
Aider les élèves à contrôler leur stratégie (Salin, 2007; Giroux, 2013)

Rendre explicites les connaissances implicites engagées par les élèves dans l'action (Douady, 1984; Houle, 2016)



Présenter une variété de situations mathématiques autour des mêmes contenus mathématiques (Verгдаud, 1990; Giroux, 2013)

Par exemple: relation entre la liste des multiples, l'addition répétée et la multiplication



Proposer des énoncés de problèmes avec choix d'écritures

Halima a cueilli 45 fleurs. Elle décide de faire des bouquets contenant chacun 5 fleurs. Combien de bouquets pourra-t-elle faire ?

$\underline{\quad} \times 5 = 45$	$5 \div 45 = \underline{\quad}$
$45 - 5 =$	$45 \div 5 = \underline{\quad}$
$45 + 5 =$	$45 \times 5 = \underline{\quad}$
$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 45$	
$45 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 = 0$	

Conclusion

La mise en place de situations basées sur la TSD en contexte orthopédagogique permet

- de jouer sur les valeurs des variables didactiques selon les interactions didactiques en séance;
- de procéder couramment à des phases d'institutionnalisation selon les connaissances engagées par les élèves dans l'action.

Le pilotage des situations est toutefois complexe (Houle, Atkins et Ghailane, 2021)

- Il exige une bonne maîtrise des situations et des connaissances en jeu pour apporter des modifications sur le vif.
- Il va à l'encontre des pratiques habituelles des orthopédagogues, qui adoptent généralement un positionnement topogénétique haut pour favoriser la réussite des élèves et la progression du savoir.

Références

- Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire: le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse de doctorat, Université de Paris 7.
- Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'A.M.Q*, 28 (2), 14-24.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : Le milieu. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 9 (3), 308-336.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- Clark, F. B., Kamii, C. (1996). Identification of Multiplicative Thinking in Children in Grades 1-5. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (1), 41-51.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- ERMEL (2001). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cours élémentaire (première année)*. Hatier.
- Fénichel, N., Pfaff, N. (2005). *Donner du sens aux mathématiques. Tome 2. Nombres, opérations et grandeurs*. Bordas Editions.
- Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire: Problématique et repères didactiques. *Éducation et didactique*, 7 (1), 59-86.
- Houle, V. (2016). *Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction*. Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal.

- Houle, V., Giroux, J. (2016). Conception et pilotage de situations à dimension adidactique en contexte orthopédagogique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 36 (3), 275-306.
- Houle, V., Atkins, I., Ghailane, O. (2021). *Adaptabilité d'une séquence de situations mathématiques issue de la recherche aux pratiques habituelles des orthopédagogues*. Actes du colloque du groupe de didactique des mathématiques.
- Lafortune, L., St-Pierre, L. (1994). *La pensée et les émotions en mathématiques*. Montréal (Québec): Les éditions logiques.
- Mary, C. (2003). Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique. *Éducation et francophonie*, XXXI (2), 103-124.
- Mercier, A., Quilio, S. (2018). *Mathématiques élémentaires pour l'école. Nombres, grandeurs, calcul*. Presses universitaires de Rennes : Paideia.
- Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 1.2 (13), 5-118.
- Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A.* Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- Rouchier, A. (1991). *Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaire: proportionnalité, structure itérativo-récurrentes, institutionnalisation*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- Salin, M.-H. (2007). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques pour des élèves en grande difficulté scolaire. Dans J. Giroux et D.Gauthier. *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. Montréal : Éditions Bande didactique, p. 195-217.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10 (2.3), 133-170.